Concursul Interjudețean de Matematică „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

Ediția a XIX-a, Baia Mare, 14 noiembrie 2026

BAREM DE CORECTARE, CLASA A VI-A

Subiectul 1.

a) Determinați numerele prime p pentru care $13p+3$ este un număr prim.

b) Determinați numerele prime p pentru care $p+10$ și $p+20$ sunt numere prime.

Supliment Gazeta Matematică nr. 5/2026

Soluție: Oficiu 1p

a) Dacă p este număr impar , atunci $13p+3$ este un număr par și $p\geq 3$, de unde obținem $13p+3\geq 42$, prin urmare nu este număr prim. 2p

Dacă p este număr par, atunci $p=2\Rightarrow 13p+3=29$, care este număr prim, deci $p=2$ este soluție. 2p

b) Dacă $p=3k, k\in\mathbb{N}^*$, cum p este număr prim, rezultă $p=3$, $p+10=13$ și $p+20=23$, care sunt numere prime, deci $p=3$ este soluție. 1p

Dacă $p=3k+1, k\in\mathbb{N}^*$, rezultă $p+20=3k+21=3\cdot(k+7)$, care este număr compus. 2p

Dacă $p=3k+2, k\in\mathbb{N}$, rezultă $p+10=3k+12=3\cdot(k+4)$, care este număr compus.

Deci $p=3$ este singura soluție. 2p

Subiectul 2. Determinați numărul natural nenul n pentru care are loc egalitatea

$$2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{n+1}=5^0+5^1+5^2+\ldots+5^{n-1}.$$

Soluție: Oficiu 1p

Folosind egalitățile $2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{n+1}=2^{n+2}-1$ și $5^0+5^1+5^2+\ldots+5^{n-1}=\frac{5^n-1}{4}$ 2p

obținem $4\cdot\left(2^{n+2}-1\right)=5^n-1\Rightarrow 2^{n+4}=5^n+3$. 1p

Dacă $n<3$ se verifică prin calcul că $2^{n+4}>5^n+3$. 2p

Dacă $n=3$ se obține egalitate. 1p

Dacă $n>3$ putem considera $n=4+k, k\in\mathbb{N}$. Astfel $2^{n+4}=2^{k+8}=4^4\cdot 2^k<5^4\cdot 5^k=5^n<5^n+3$. 2p

Obținem soluția unică $n=3$. 1p

Subiectul 3. Resturile împărțirii unui număr natural n la 3, 4 și 5 sunt respectiv 1, 2, 3. Aflați resturile posibile ale împărțirii lui n la 120.

Soluție: Oficiu 1p

Avem $n=3k+1, k\in\mathbb{N}$, $n=4p+2, p\in\mathbb{N}$ și $n=5q+3, q\in\mathbb{N}$, ...2p

de unde $n+2=M_3$, $n+2=M_4$ și $n+2=M_5$, ...1p

adică $n+2=[3,4,5]\cdot s, s\in\mathbb{N}$. Așadar $n+2=60\cdot s$, de unde $n=60\cdot s-2$. 1p

Proiect realizat cu sprijinul financiar al Consiliului Județean Maramureș

Dacă $s=2m+1, m\in\mathbb{N}$ obținem $n=60(2m+1)-2=120m+58$, deci restul este 58. .....2p

Dacă $s=2m,\ m\in\mathbb{N}^*$ obținem $n=120m-2=120(m-1)+118$, deci restul este 118. .....2p

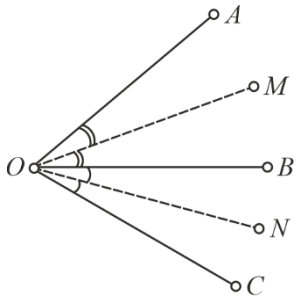
Deci resturile sunt 58, respectiv 118. .....1p

Subiectul 4. Fie numerele naturale $x=\overline{ab}$, $y=\overline{bc}$, $z=\overline{ac}$, cu a, b, c cifre nenule, diferite două câte două, și fie unghiurile AOB și BOC astfel încât $AOB=x^\circ$, $BOC=y^\circ$, $MON=z^\circ$, unde $[OM$ și $[ON$ sunt bisectoarele unghiurilor AOB, respectiv BOC. Arătați că suma $a+b+c$ este un divizor al numărului 2112.

Soluție: Oficiu 1p

Avem 3 cazuri:

Cazul I: $B\in Int(AOC)$.

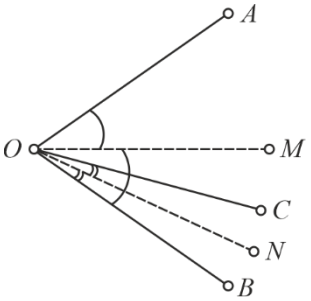


$MON=\dfrac{AOB+BOC}{2}\Rightarrow 2\overline{ac}=\overline{ab}+\overline{bc}\Rightarrow$

$\Rightarrow 20a+2c=10a+11b+c\Rightarrow 10a+c=11b$

$\Rightarrow 10(a-b)=b-c\Rightarrow 10\mid b-c\Rightarrow b-c=0$, Fals. 2p

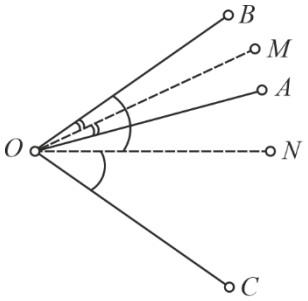
Cazul al II-lea: $C\in Int(AOB)$



$MON=MOB-NOB=\dfrac{AOB-BOC}{2}<\dfrac{AOB}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow 2\overline{ac}<\overline{ab}\Rightarrow 20a+2c<10a+b\Rightarrow 10a+2c<b$, Fals. 2p

Cazul al III-lea: $A\in Int(BOC)$



$MON=NOB-MOB=\dfrac{BOC-AOB}{2}\Rightarrow 2\overline{ac}=\overline{bc}-\overline{ab}\Rightarrow$

$\Rightarrow 2\overline{ac}+\overline{ab}=\overline{bc}\Rightarrow 30a+c=9b\Rightarrow c\vdots 3\Rightarrow c\in\{3,6,9\}$.

Dacă $c=3\Rightarrow 30a+3=9b\Rightarrow 10a+1=3b\Rightarrow a=2,\ b=7$.

Dacă $c=6\Rightarrow 30a+6=9b\Rightarrow 10a+2=3b\Rightarrow a=1,\ b=4$.

Dacă $c=9\Rightarrow 30a+9=9b\Rightarrow 10a+3=3b$, Fals. 3p

În concluzie, se obțin soluțiile

$a=2,\ b=7,\ c=3$ cu suma $a+b+c=12$ și $12\mid 2112$. 1p

$a=1,\ b=4,\ c=6$ cu suma $a+b+c=11$ și $11\mid 2112$. 1p